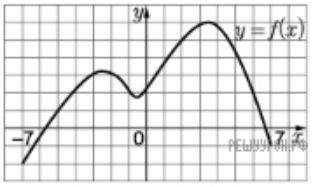
ЗНО 2014 року з математики — додаткова сесія

При выполнении заданий с кратким ответом отметьте верный ответ или впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на відрізку [−7; 7]. Користуючись рисунком, знайдіть $f(2)$.



А) −4 Б) 0 В) 6 Г) 2 Д) 5

2. Перетворіть вираз $-2xy^2 - \left(3xy^2 - 2x^2y\right)$.

А) $-5xy^2 + 2x^2y$ Б) $-5xy^2 - 2x^2y$ В) $xy^2 - 2x^2y$ Г) $-6xy^2 + 2x^2y$ Д) $-3xy^2$

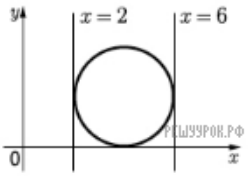
3. Задано точки K (0; 1; 0) і M (0; 0; 1). Знайдіть координати вектора $\overrightarrow{KM}$.

А) $\overrightarrow{KM}(0;\,1;\,1)$ Б) $\overrightarrow{KM}(0;\,-1;\,1)$ В) $\overrightarrow{KM}(0;\,1;\,-1)$ Г) $\overrightarrow{KM}(2;\,0;\,0)$ Д) $\overrightarrow{KM}(0;\,0;\,0)$

4. Блок соціальної реклами складається з 4 рекламних роликів: про шкідливість паління, про охорону навколишнього середовища, про дотримання правил дорожнього руху та про велосипедне місто. Ролик про шкідпивість паління заплановано показати двічі — першим і останнім, а інші три ролики — по одному разу. Скільки всього існує варіантів формування цього блоку соціальної реклами за вказаним порядком рекламних роликів?

А) 6 Б) 8 В) 12 Г) 24 Д) 120

5. На координатній площині xy зображено коло, яке дотикається до прямих $x = 2$, $x = 6$ та осі x (див. рисунок). Визначте координати точки, яка є центром цього кола.

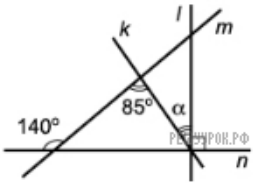


А) (4; 1) Б) (6; 2) В) (4; 4) Г) (2; 4) Д) (4; 2)

6. Розв'яжіть рівняння $\dfrac{1}{2x} = \dfrac{1}{2-3x}$.

А) −2 Б) −0,4 В) 2,5 Г) 0,4 Д) 2

7. Прямі *k, l, m* і *n* лежать в одній площині (див. рисунок). Визначте градусну міру кута α.



А) 15° Б) 25° В) 35° Г) 45° Д) 55°

8. Розв'яжіть систему

$$\begin{cases} 4y = 6x, \\ x - y = 12. \end{cases}$$

Якщо $(x_0; y_0)$ — розв'язок цієї системи, то x_0?

А) −24 Б) 36 В) 4,8 Г) 7,2 Д) −36

9. Обчисливши $\sqrt{(-2)^2} + \sqrt[3]{(-3)^3}$?

А) −23 Б) −5 В) −1 Г) 1 Д) 5

10. Спростіть вираз $\dfrac{a^2 - 1}{1 - \frac{1}{a}}$.

А) $a(a-1)$ Б) $-a^3$ В) $-a(a+1)$ Г) $\dfrac{a+1}{a}$ Д) $a(a+1)$

11. На якому з рисунків зображено фрагмент графіка функції $y = \cos(x + 2\pi)$ на проміжку $\left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right]$?

А Б В Г Д

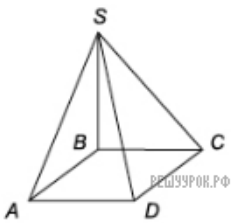
А) А Б) Б В) В Г) Г Д) Д

12. у геометричній прогресії (b_n): $b_1 = \dfrac{1}{2}$ і $b_2 = \dfrac{1}{4}$. Визначте b_4.

А) $-\dfrac{1}{4}$ Б) 2 В) 4 Г) $\dfrac{1}{16}$ Д) $\dfrac{1}{32}$

13. З вершини *B* квадрата *ABCD* проведено перпендикуляр *SB* до площини цього квадрата (див. рисунок). Які з наведених тверджень є правильними?

I. $\angle SBA = 90°$.
II. $\angle SAD = \angle SDA$.
III. $\angle SAD = 90°$.



А) лише I Б) лише I і II В) лише I і III Г) лише III Д) I, II і III

14. Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $3^x = \dfrac{1}{27}$?

А) $(-\infty; -5]$ Б) (−5; −2] В) (−2; 0] Г) (0; 2] Д) $(2; +\infty)$

15. Об'єм циліндра дорівнює 72π см^3. Знайдіть висоту цього циліндра, якщо радіус його основи дорівнює 3 см.

А) 24 см Б) 12 см В) 9 см Г) 8 см Д) 6 см

16. Спростіть вираз $\left(1-\cos^2\alpha\right)\operatorname{ctg}^2\alpha$.

А) $\cos^2 a$ Б) $\sin 2a$ В) $\dfrac{\sin^4 a}{\sin^2 a}$ Г) $\sin^2 a$ Д) $\operatorname{tg}^2 a$

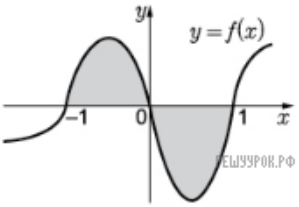
17. Основою прямої призми є трикутник, довжини сторін якого відносяться як 2: 3: 4. Обчисліть площу бічної поверхні цієї призми, якщо площа найменшої бічної грані дорівнює 12 см^2.

А) 42 см^2 Б) 54 см^2 В) 60 см^2 Г) 84 см^2 Д) 108 см^2

18. Розв'яжіть нерівність $x^3 \geqslant x^2$.

А) $(-\infty; 0]\cup[1; +\infty)$ Б) [0; 1] В) $[1; +\infty)$ Г) $\{0\}\cup[1; +\infty)$ Д) $[-1; +\infty)$

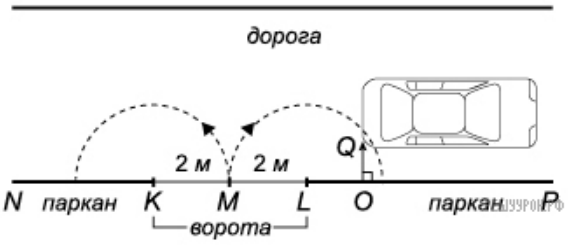
19. На рисунку зображено графік неперервної функції $y = f(x)$. Укажіть формулу для обчислення площі зафарбованої фігури.



А) $\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx$ Б) $2\int\limits_{0}^{1} f(x)dx$ В) $\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx - \int\limits_{-1}^{0} f(x)dx$ Г) $2\int\limits_{-1}^{0} f(x)dx$

Д) $\int\limits_{-1}^{0} f(x)dx - \int\limits_{0}^{1} f(x)dx$

20. Автомобіль рухався по дорозі паралельно паркану *NP* і зупинився біля закритих воріт *KL* так, як зображено на рисунку. Відомо, що розмах стулки воріт *LM* становить 2 м, $OQ = 1$ м. Укажіть найменшу 3 наведених довжину відрізка *LO*, при якій стулка *LM* не зачепить автомобіль за умови повного відкривання воріт. Уважайте, що ворота перпендикулярні до площини дороги і мають прямокутну форму. Товщиною стулок знехтуйте.



А) 1,6 м Б) 1,7 м В) 1,8 м Г) 1,9 м Д) 2 м

21. До кожного початку речення (1−4), де $a > 0,\ b > 0$. доберіть його закінчення (А−Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

1. Якщо $\log_2 a - 2\log_2 b$, то
2. Якщо $a^3 = 8b^3$, то
3. Якщо $\sqrt{a} = 2\sqrt{b}$, то
4. Якщо $2^a = 4 \cdot 2^b$, то

Закінчення речення

А $a = 2b$
Б $a = 2 + b$
В $a = 4b$
Г $a = b^2$
Д $a = 4 + b$

А
Б
В
Г
Д

1
○ ○ ○ ○ ○
2
○ ○ ○ ○ ○
3
○ ○ ○ ○ ○
4
○ ○ ○ ○ ○

22. На сторонах квадрата *ABCD* задано точки *K*, *M* і *N* так, що $KM \| AD,\ LN \| CD$ (див. рисунок). Відрізки *KM* і *LN* перетинаються в точці *O*. Даний $OL = 8,\ OM = 6,\ ON = 2$. До кожного початку речення (1−4) доберіть його закінчення (А−Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

1. Довжину відрізка *OK* дорівнює
2. Радіус кола, описаного навколо прямокутника *OLCM*, дорівнює
3. Довжина середньої лінії трапеції *OBCM* дорівнює
4. Довжина відрізка *AP*, де *P* — точка перетину бісектриси кута *NOM* зі стороною *AD*, дорівнює

Закінчення речення

А 4 **Б** 5 **В** 6 **Г** 8 **Д** 3

А
Б
В
Г
Д

1
○ ○ ○ ○ ○
2
○ ○ ○ ○ ○
3
○ ○ ○ ○ ○
4
○ ○ ○ ○ ○

23. Установіть відповідність між твердженням (1−4) та функцією (А−Д), для якої це твердження є правильним.

Твердження

1. графік функції проходить через точку (0; 1)
2. найменшого значення функція набуває в точці $x = -2$
3. областю визначення функції є множина $(\infty; 2) \cup (2; +\infty)$
4. графік функції симетричний відносно осі *y*

Функція

А $y = \dfrac{2}{x-2}$ **Б** $y = (x+2)^2$ **В** $y = 3^x$ **Г** $y = |x|$ **Д** $y = x^3$

А
Б
В
Г
Д

1
○ ○ ○ ○ ○
2
○ ○ ○ ○ ○
3
○ ○ ○ ○ ○
4
○ ○ ○ ○ ○

24. За цим статистичним розподілом частот установіть відповідність між характеристикою ряду даних (1−4) та її числовим значенням (А−Д).

Характеристика ряду даних	*Числове значення характеристики*
1. розмах	**А** 10,5
2. мода	**Б** 11
3. медіана	**В** 11,5
4. середнє значення	**Г** 12
	Д 13

А
Б
В
Г
Д

1
○ ○ ○ ○ ○
2
○ ○ ○ ○ ○
3
○ ○ ○ ○ ○
4
○ ○ ○ ○ ○

25. У ромбі *ABCD* з вершини тупого кута *D* до сторони *BC* проведено перпендикуляр *DK*. Маючи $BK = 4$ см і $KC = 6$ см.

1. Визначте довжину перпендикуляра *OK* (у см).

2. Обчисліть площу ромба *ABCD* (у см^2).

26. Якщо додатні числа x і y задовольняють умову $xy = \frac{1}{4}$, то:

1. $\frac{x+y}{y} =$ ____;
2. $\log_2 x - \log_2 y =$ ____.

27. Визначте вартість (у грн) спожитої за місяць користувачем пільгової категорії електроенергії (див. фрагмент квитанції).

Пільга %, ліміт (кВт/гол) 25% при нормі 75 кВт · год				
Поточні показання, кВт · год	Попередні показання, кВт · год	Спожито, кВт · год	Тариф, грн	Сума до сплати, грн
6275	6160	115	0,28	?

Урахуйте те, що тариф (вартість однієї кВт · год) становить 0,28 грн. Надана цьому користувачеві пільга полягає в тому, що за 75 кВт — год зі спожитих за місяць користувач сплачує на 25% менше від їхньої вартості за тарифом.

28. Графік функції $y = \sqrt{2x^2 + x + 1}$ проходить через точку (x_0; 4), де $x_0 > 0$. Обчисліть x_0.

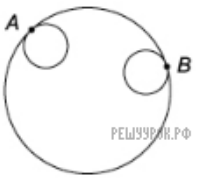
29. Обчисліть значення виразу $2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$, якщо $\sin\alpha + \cos\alpha = 1,2$.

30. Розв'яжіть нерівність

$$x^2 + 2^{\log_2(-2x)} - 15 < 0.$$

У відповіді запишіть суму всіх цілих розв'язків цієї нерівності.

31. Два кола, радіус кожного 3 яких дорівнює 2 см, дотикаються 3 середини до кола радіусом 8 см у точках A і B відповідно (див. рисунок). Визначте відстань (у см) між центрами цих рівних кіл, якщо $AB = 10$ см. Уважайте, що всі кола лежать в одній площині.



32. Усі вершини трапеції $ABCD$ належать графіку функції $y = 36 - x^2$, побудованому в прямокутній декартовій системі координат. Більша основа AD лежить на осі x. Яку найбільшу площу може мати трапеція $ABCD$?

33. У конус вписано піраміду, основою якої є прямокутний трикутник. Бічна грань, що містить один 3 катетів основи, утворює 3 площиною основи кут 60°. Знайдіть об'єм піраміди (у см^3), якщо твірна конуса дорівнює 9 см і нахилена до площини основи під кутом 45°.

34. Знайдіть найбільше значення параметра a, при якому система рівнянь.

$$\begin{cases} (2a-1)\sin x + \cos x = 2, \\ a\sin x + (2a-1)\cos x = a+1 \end{cases}$$

має безліч розв'язків.